**Лекція на тему «Логічна побудова шкільного курсу планіметрії»**

**Тема: Логічна побудова шкільного курсу планіметрії**

**Мета:**

* узагальнити знання студентів з шкільного курсу планіметрії;
* розвивати пам’ять та наукове мислення студентів, пізнавальну активність, пізнавальний інтерес до математики;
* виховувати культуру математичного запису, культуру розумової діяльності.

**При вивченні теми студенти повинні:**

знати: аксіоми евклідової геометрії; основні фігури планіметрії, їх ознаки та властивості;

вміти: використовувати на практиці основні формули для обчислення певних величин планіметричних фігур.

**Обладнання:** дидактичний матеріал, креслярські матеріали, мультимедійний проектор, мультимедійна дошка, комп’ютер.

**Час:** 2 год.

**План лекції**

1. Аксіоми евклідової геометрії
2. Трикутники
3. Чотирикутники
4. Коло

**Список літератури**

1. *Нелин Е.П.* Геометрия в таблицах: Учебное пособие для учащихся старших классов / Е.П. Нелин. – Х.: Мир детства, 1996. – 64 с.
2. *Грузин А. И.* Система опорных фактов школьного курса геометрии: Пособие для учителей и учащихся 7 – 11 классов / А.И. Грузин, О. Е. Нелина. – Х.: Мир детства, 2000. – 128 с.
3. *Нелін Є.П.* Геометрія. 10 клас. Дворівневий підручник: академічний і профільний рівні / Є.П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 240 с.
4. *Єршова А.П.* Геометрія. 10 клас. Академічний рівень / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижановський, С.В. Єршов. – Х.: Ранок, 2010. – 240 с.
5. *Бевз Г.П.* Геометрія чотирикутника / Г.П. Бевз. – Х.: Основа, 2003. – 80 с.
6. *Жидков С.І.* Теореми Чеви і Менелая: від теорії – до практики / С.І. Жидков. – Х.: Основа, 2010. – 159 с.
7. *Апостолова Г.В.* Геометрія: 9: дворів. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2009. – 304 с.

**Логічна структура лекції**

**Аксіоми евклідової геометрії**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А-I    Яка б не була пряма, існують точки, що належать цій прямій, і точки, що не належать їй. Через будь-які дві точки можна провести пряму і тільки одну. | A-II    З трьох точок на прямій одна і тільки одна лежить між двома іншими. | A-III    Кожен відрізок має певну довжину, більшу від нуля. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою точкою. |
| А-IV  Пряма розбиває площину на дві півплощини. | А-V    Кожен кут має певну міру, більшу від нуля. Міра кута дорівнює сумі мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем,мщо починається у його вершині і проходить між його сторонами. Градусна міра розгорнутого кута дорівнює . | А-VI    На будь-якій прямій від заданої точки у заданому напрямі можна відкласти відрізок даної довжини і при цьому тільки один |
| А-VII    Від будь-якої пів прямої у дану півплощину можна відкласти заданий кут з вершиною у початку цієї пів прямої, при цьому тільки один. | А-VIII    Який би не був трикутник, існує трикутник, рівний даному у заданому розміщенні відносно заданої прямої. | А-IX    Через точку, яка не лежить на даній прямій, можна провести лише одну пряму, паралельну даній. |

 До неозначуваних понять в геометрії належать точка, пряма, площина. До основних фігур належать трикутник, чотирикутник, багатокутник, коло.

Трикутник відіграє особливу роль у геометрії. Можна сказати, що майже вся геометрія часів Евкліда була побудована на теоремах про трикутник.

**Види трикутників**

різносторонній

рівнобедрений

рівносторонній

**За сторонами**

гострокутній

прямокутній

тупокутній

**За кутами**

**Найважливіші лінії в трикутнику**

медіана

бісектриса

висота

**Визначні точки в трикутнику**

центроїд

інцентр

ортоцентр







**Сума кутів трикутника**





**Зовнішній кут трикутника**





**Властивості рівнобедреного трикутника**





**Ознаки рівності трикутників**

=

=

=

**Ознаки рівності прямокутних трикутників**

=

=

=

=

**Четверта ознака рівності трикутників**

А

В

С

=

А1

В1

С1

 - тупий або обидва трикутника гострокутні

**Подібність трикутників**

Два трикутники називаються подібними, якщо в них рівні кути, а проти рівних кутів лежать пропорційні сторони.

С1

**Ознаки подібності трикутників**

А

А1

В

В1

С

С1

А

В

С

А1

В1

С1

А

В

С

А1

В1

x

kx

x

kx

y

ky

z

kz

С

В

**Ознаки подібності прямокутних трикутників**

С1

А1

В1

kа

kb

С

А

В

а

b

С1

А1

В1

А

с

а

b

С1

А1

В1

kс

kа

С

А

В

с

а

**Теорема Піфагора**

С

А

В

с

а

b



С

В

**Відповідність між відношеннями сторін і мірою гострих кутів у прямокутному трикутнику**

А

с

а

b





**Пряма Ейлера**



**Деякі види трикутників**

**Ортоцентричний**

**Педальний**

**Серединний**







**Різницевий**



**Цілочисловий**





**Трикутники Наполеона і кола Торрічеллі**

**Теорема синусів**

**Теорема косинусів**









**Формули для обчислення площі трикутника**













**Теорема Чеви**



**Теорема Менелая**





**Чотирикутники**

A

B

C

D

Опуклі

A, B, C, D, - вершини

AB, BC, CD, AD – сторони

BD, AC – діагоналі



Неопуклі

A, B, C, D, - вершини

AB, BC, CD, AD – сторони

BD, AC – діагоналі



A

B

C

D

a

b

c

d

**Властивості чотирикутників**

1

2

3

4

a<b+c+d; b<a+c+d

c<a+b+d; d<a+b+c



**Види опуклих чотирикутників**

Прямокутник

Ромб

Квадрат

Паралелограм

A

B

C

D

AB || CD,

AD || BC

A

B

C

D

D

D

C

C

B

B

A

A

AB || CD,

AD || BC

Трапеція

A

B

C

D

BC || AD



Рівнобічна

AB = CD

A

C

D



Прямокутна

A

C

D

A

B

C

D

AB=BC

AD=DC

Дельтоїд

Різнобічна

A

B

C

D

BC || AD

**Вписані і описані чотирикутники**

Вписаний чотирикутник





Описаний чотирикутник







|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Чотири-кутник** | **Властивості** | **Ознаки** |
| Паралело-грам | ABCD – паралелограм | ABCD – паралелограм |
| Прямокут-ник | ABCD – прямокутник    Всі властивості паралелограма:    **+** | ABCD – прямокутник |
| Ромб | ABCD – ромб    Всі властивості паралелограма:    **+** | ABCD – ромб |
| Квадрат | ABCD – квадрат    Всі властивості прямокутника і ромба. | ABCD – квадрат |
| Трапеція | ABCD – трапеція |  |
| Рівнобіч-на  трапеція | ABCD – рівнобічна трапеція | ABCD – рівнобічна трапеція |

S=ab

a

b

**Формули для обчислення площі чотирикутників**

a

h

S=ah

a

b

αααα

S=absinα



α



S=





S=

a

b

h

S=

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Паралельні відрізки в трапеції. Співвідношення між середніми величинами** | | |
| **Відрізок, паралельний основам трапеції з кінцями на бічних сторонах** | **Довжина відповідного відрізка в залежності від довжини основ трапеції *a* і *b*** | **Назва відповідного середнього** |
| Середня лінія трапеції |  | Середнє арифметичне |
| Відрізок, що проходить через точку перетину діагоналей |  | Середнє гармонічне |
| Відрізок, що ділить трапецію на дві подібні трапеції |  | Середнє геометричне |
| Відрізок, що ділить площу трапеції на дві рівновеликі частини |  | Середнє квадратичне |
|  | | |

**Теореми косинусів для чотирикутників**

A

B

C

D

a

b

c

d

e

f





**Коло і його властивості**

  

О- центр кола,

ОА – радіус,

АВ – діаметр,

CD - хорда





**Взаємне розташування прямої і кола**

**  **

,

де *d* – відстань від

центра кола до прямої,

*r –* радіус кола.

Дві спільних точки.

,

де *d* – відстань від

центра кола до прямої,

*r –* радіус кола.

Одна спільна точка.

*а* - дотична

,

де *d* – відстань від

центра кола до прямої,

*r –* радіус кола.

Спільних точок немає

**Взаємне розташування двох кіл**

Спільних точок немає Одна спільна точка

****  

Дві спільні точки



**Дотичні і січні**

 ** **

*a* - дотична



*AB=AC*

*b* - дотична



****

Якщо AC=EF, то

OD=OG і навпаки,

якщо OD=OG, то

AC=EF





*b* - дотична



|  |  |
| --- | --- |
| **Спільні дотичні двох кіл** | |
| Розташування кіл | Кількість спільних дотичних |
|  | Дві спільні дотичні |
|  | Три спільні дотичні |
|  | Одна спільна дотична |
|  | Чотири спільних дотичних |
|  | Спільних дотичних немає |

**Кути у колі. Хорди і дуги кіл**





  







  ****



*AB*, *CD -* хорди



*МА –* дотична.

*МВ –* січна



   





  







 





|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формули радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників** | | | |
| Кількість сторін (n)  Радіус |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Залежність сторони  правильного *n*-кутника від радіуса *R* описаного навколо нього кола і радіуса *r* вписаного в нього кола** | | |
| Число сторін | Залежність | |
| від *R* і *n* | від *r* і *n* |
| *n* |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 6 |  |  |

**Довжина кола**

  

*l* – довжина дуги кола

,

де *n –* градусна міра кута

,

де  - радіанна міра кута

*l* – довжина кола



*l* – довжина кола



**Площа круга і його частин**

**  **

*S –* площа кругового

сектора

,

де *n* – градусна міра

центрального кута

,

де  -радіанна міра

центрального кута

*S –* площа кругового

сегмента

,



*S –* площа круга

