Тема: «Обернені тригонометричні функції»

Розв’язати рівняння та нерівності:

1. $arcsin(2x+1) = arcсos x$.

2. $arccos(x \sqrt{3} )+ arccos x = \frac{π}{2}$ .

3. $arcsin \sqrt{ \frac{1}{x}} = \frac{π}{2} - arcsin \sqrt{1 - x}$.

4. $arcsin 2x + arcsin x = \frac{π }{3}$.

5. $arcsin (1-x)- 2 arcsin x = \frac{π}{2}$ .

6.$ arcsin (log\_{2} x) > 0$.

7. $arcsin x < arсcos x$.

8. $arcsin (р arctg х) > 0$.

9. $arcsin (x^{2} – 0,5x -1,5) < - \frac{π}{6}$ .

10. $arсcos x < arcsin 2x$.

$$ $$

**Приклади**.

Розв’язати рівняння:

1. 

*Розв’язання.* Зауважимо, що , оскільки . Розглянувши синус від обох частин рівняння, дістанемо  тобто  Серед усіх коренів останнього рівняння треба взяти той, який задовольняє умову . Тому . Перевіркою встановлюємо, що це і є корінь заданого рівняння.

1. 

*Розв’язання.* Оскільки , то рівняння можна записати у вигляді  Розглянувши синус від обох частин рівняння, дістанемо , звідки .

Корінь  не задовольняє рівняння. Отже, . Перевіркою встановлюємо, що  задовольняє рівняння.

1. .

*Розв’язання.* Позначимо  Тоді *u* і *v* - розв’язки системи рівнянь



За теоремою Вієта *u* і *v* - корені квадратного рівняння , тому .

Отже, ,   , звідки  .

1. Знайти всі *х* та *у*, які задовольняють рівняння



*Розв’язання.* Оскільки , то сума



може дорівнювати $π$ тоді і тільки тоді, коли кожний доданок дорівнює $π/2$. Тому 

Додавши обидва рівняння цієї системи, дістанемо 

Звідки  або 

1. Скільки коренів має рівняння  ?

*Розв’язання.* Побудувавши графіки функцій  та   , пересвідчуємось у тому, що рівняння має два корені. Перший лежить на проміжку [-2;-1], другий – на проміжку [1;2].



Відповідь: два корені.

1. Довести співвідношення 

*Розв’язання.* Покладемо у формулі половинного кута 

. Зауважимо, що при цьому перед радикалом треба взяти знак + , якщо *x>0*, і знак - , якщо *x<0*, тобто





Далі

